Récapitulatif d'électromagnétisme

P5 - Résumé

I. Champ et énergie électrostatique

$$d^3q = \rho(P)\, d^3\tau_P$$
Densité de charge

$$d^x\vec{E}(M) = \frac{d^xq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$
Champ électrostatique

$$d^xV(M) = \frac{d^xq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{PM}$$
Potentiel électrostatique

$$d^xU_E = \frac{1}{2}V(P)\, d^xq$$
Energie électrostatique

$$\overrightarrow{f_{\to t}} = q_t\vec{E}(M)$$
Force de Coulomb

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\mathrm{grad}_M}\, V(M)$$

$$\oiint_{S_{Gauss}} \vec{E}(M)\cdot d^2S_M = \frac{Q_{Gauss}}{\varepsilon_0}$$
Gauss - Forme intégrale

$$\mathrm{div}_P\, \vec{E}(P) = \frac{\rho(P)}{\varepsilon_0}$$
Gauss - Forme locale

II. Electrostatique des conducteurs

A l'équilibre : $m\vec{a} = q\overrightarrow{E_{int}} = q\left(\overrightarrow{E_{cond}} + \overrightarrow{E_{ext}}\right) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{E_{int}} = 0$ et $V = cst$

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma(M)}{\varepsilon_0}\overrightarrow{n_{int\to ext}}$$
Théorème de Coulomb

$$P = \frac{f_E}{S} = \frac{\sigma^2(M)}{2\varepsilon_0}$$
Pression électrostatique

	1 conducteur	2 conducteurs	N conducteurs
Capacité	$Q = CV$	$\begin{pmatrix}Q_1\\Q_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}C_{11} & C_{12}\\C_{21} & C_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}V_1\\V_2\end{pmatrix}$ $C_{ii}=0 \quad C_{ij}<0 \quad C_{ij}=C_{ji}$	$Q_i = \sum_{j=1}^{N} C_{ij}V_j$
Energie	$U_E = \frac{1}{2}CV^2$	$U_E = \frac{1}{2}(C_{11}V_1 + C_{12}V_2 + 2C_{12}V_1V_2)$	$U_E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} C_{ij}V_iV_j$

III. Le dipôle électrostatique

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\overrightarrow{OM}}{OM^3}$$

$$\vec{p} = q\,\overrightarrow{NP}$$
moment dipôlaire

$$\vec{\Gamma} = \vec{p}\wedge\vec{E}(M)$$
moment du couple

$$\vec{f} = \left(\vec{p}\cdot\overrightarrow{\mathrm{grad}}\right)\vec{E}(M)$$
Résultante des forces

IV. Le champ magnétique

$$\overrightarrow{f_{\to t}} = q_t\,\vec{v}\wedge\vec{B}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{N} q_i\vec{v_i}\wedge\frac{\overrightarrow{P_iM}}{P_iM^3}$$
Champ magnétique

$$\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$$
Potentiel vecteur $\vec{A}$

$$\oiint_S \vec{B}(M)\cdot\overrightarrow{d^2S_M} = \oint_C \vec{A}\cdot\overrightarrow{dr}$$
Flux de champ magnétique

$$\oint_C \vec{B}\cdot\overrightarrow{dr} = \mu_0\sum_{i=1}^{N} I_{i,Amp}$$
Ampère - Forme intégrale

$$\mathrm{rot}\,\vec{B}(M) = \mu_0\vec{j}(M)$$
Ampère - Forme locale

$$\mathrm{div}\,\vec{B}(M) = 0$$

$$\frac{\partial\rho(M)}{\partial t} = -\underbrace{\mathrm{div}\,\vec{j}(M) = 0}_{\text{en régime perm.}}$$
Conservation de la charge

	Volumique	Surfacique	Linéique
Densité de charges	$\vec{j} = \rho_m\vec{v}$	$\vec{j_s} = \sigma_m\vec{v}$	
$\boldsymbol{I = Dq}$	$I = \iint_S \vec{j}\cdot\overrightarrow{d^2S}$	$I = \int_L \vec{j_s}\cdot\overrightarrow{dl}$	$I = \lambda_m v$
$\boldsymbol{\vec{B}(M)}$ **Biot-Savart**	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \vec{j}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}\, d^3\tau_P$	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_S \vec{j_s}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}\, d^2S_P$	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{L_{cond}} I\,\overrightarrow{dr}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$
Potentiel vecteur	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{j}(P)}{PM}\, d^3\tau_P$ $+\,\mathrm{grad}\,\varphi(M)$	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_S \frac{\vec{j_s}(P)}{PM}\, d^2S_P$ $+\,\mathrm{grad}\,\varphi(M)$	$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_C \frac{\overrightarrow{dr_p}}{PM}$ $+\,\mathrm{grad}\,\varphi(M)$

V. L'induction électromagnétique

$$\vec{f} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

Force de Lorentz - Charge pct.

$$\vec{f} = \iiint_V \rho(M)\vec{E}(M) + \vec{j}(M) \wedge \vec{B}(M)\, d^3\tau_P$$

Force de Lorentz - Densité vol. de charges

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}$$

Loi d'Ohm immobile

$$\vec{j} = \gamma\left(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}\right)$$

Loi d'Ohm Cond. en mouvement

$$\gamma = \frac{n_m q^2 \tau}{m}$$

Conductivité

$$Ri = e = -\frac{d\phi}{dt}$$

Loi de Faraday

$$\phi = \iint_{Spire} \vec{B} \cdot \overrightarrow{d^2S_P}$$

$$\left(\vec{A}(M), V(M)\right)$$

Jauge

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M \vec{E}(M) = -\frac{\partial \vec{B}(M)}{\partial t}$$

Equation de Maxwell-Faraday

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V(M)$$

$$u = Ri + \frac{d\phi}{dt}$$

Tension aux bornes d'un dipôle inductif

$$\phi_i = \sum_{j=1}^{N} I_j M_{ij}$$

Matrice inductance

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_i} \oint_{C_j} \frac{\overrightarrow{d_{r_i}} \cdot \overrightarrow{d_{r_j}}}{P_i P_j}$$

$$\vec{f} = q\left(\vec{E} + \underbrace{\overrightarrow{E_H} + \vec{v} \wedge \vec{B}}_{=0 \text{ en RP}}\right)$$

Effet Hall

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

$\vec{\Gamma}$ mmt Laplace

$\vec{M} = I\vec{S}$ mmt mag.

Force de Laplace (force électrique)

Général	Distrib. volumique	Distrib. surfacique	Distrib. linéique
$\overrightarrow{f_L} = e\overrightarrow{E_H} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$	$d^3\overrightarrow{f_L} = \left(\vec{j} \wedge \vec{B}\right)d^3\tau$	$d^2\overrightarrow{f_L} = \left(\vec{j_S} \wedge \vec{B}\right)d^2S_M$	$d\overrightarrow{f_{1\to 2}} = I_2\overrightarrow{dr} \wedge \overrightarrow{B_1}$